

| <b>GENERALITA'/ GENERAL INFORMATION</b>   |   |
|---|---|
| Nome insegnamento: <b>Matematica I</b>  | Course name: <b>Matematica I</b>  |
| Codice generale dell'insegnamento:<br><b>9CFU/MAT03</b>   | Code-number of the course: <b>9CFU/MAT03</b>  |
| Corso di laurea: <b>Ottica e Optometria</b>   | Laurea degree: <b>Optics and Optometry</b>  |
| Corso di laurea magistrale: /   | Magister degree (Laurea magistrale): /  |
| Classe di laurea:   | Class of degree:  |
| Sede: <b>Istituto Regionale Studi Ottici e Optometrici, Piazza della Libertà 18, 50059 Vinci (FI)</b> | Sede: <b>Istituto Regionale Studi Ottici e Optometrici, Piazza della Libertà 18, 50059 Vinci (FI)</b> |
| Moduli (se presenti):   | Modules (if present):   |
| CFU: <b>9</b>   | Number of credits: <b>9</b>   |
| Semestre: <b>I</b>  | Semester: <b>I</b>  |
| Docente(i): <b>Emanuele Paolini, Lilia Rosati</b>   | Name(s) of Teacher(s): <b>Emanuele Paolini, Lilia Rosati</b>  |

| <b>OBIETTIVI FORMATIVI/EDUCATIONAL OBJECTIVES (learning outcomes)</b>   |   |
|---|---|
| <p><b>Conoscenze:</b><br/>Il corso intende offrire conoscenze sui concetti e sui teoremi che riguardano i numeri reali, le funzioni di una variabile e le funzioni di più variabili. Il corso intende inoltre offrire conoscenze di algebra lineare e geometria analitica dello spazio.</p>   | <p><b>Knowledge acquired:</b><br/>The course will offer knowledge on the concepts and theorems regarding real numbers, functions of one variable and functions of several variables. The course will also offer knowledge on Linear Algebra and Analytic Geometry of Space.</p>   |
| <p><b>Competenze acquisite:</b><br/>Lo studente acquisirà la capacità di calcolare limiti e derivate. Con questi strumenti sarà in grado di studiare l'andamento di funzioni di una o più variabili. Lo studente acquisirà inoltre la capacità di studiare e risolvere sistemi lineari; riconoscere spazi o sottospazi vettoriali e applicazioni lineari; trovare autovalori e autovettori di una matrice; scrivere equazioni di rette e piani; fare uso del concetto di distanza per la rappresentazione analitica di enti geometrici.</p> | <p><b>Competence acquired</b><br/>The student will be able to compute limits and derivatives. By means of these tools he will be able to study the trend of functions in one or several variables. The student will also be able to study and solve linear systems; to identify vector spaces or subspaces and linear maps; to find eigenvalues and eigenvectors of a matrix; to write equations of lines and planes; to use the concept of distance for analytic representation of geometric entities.</p> |
| <p><b>Capacità acquisite al termine del corso:</b><br/>Lo studente acquisirà la capacità di studiare e risolvere equazioni e disequazioni non lineari, e risolvere problemi di ottimizzazione in una o più variabili. Lo studente acquisirà inoltre la capacità di utilizzare la teoria dei sistemi lineari e l'algoritmo di Gauss in diverse applicazioni; saprà utilizzare i vettori geometrici per risolvere problemi di geometria analitica dello spazio; saprà risolvere il problema della diagonalizzazione di una matrice.</p>       | <p><b>Skills acquired (at the end of the course):</b><br/>The student will acquire the ability to study and solve nonlinear equations and inequalities and to solve optimization problems with one or several variables. The student will also acquire the ability to use linear system theory and Gauss algorithm in several applications; he will be able to use geometric vectors to solve problems in analytic geometry of space; will be able to determine if a given matrix is diagonalizable.</p>    |

|   |   |
|---|---|
| <p><b>Lingua di insegnamento:</b> italiano</p>  | <p><b>Language of instructions:</b> Italian</p>   |
| <p><b>Contenuti del corso (programma dettagliato):</b></p> <p>Richiami sulle equazioni e sulle disequazioni.<br/> Numeri naturali, interi, razionali.<br/> Numeri reali, properties. Assioma di completezza.<br/> Le funzioni elementari: funzioni lineari, valore assoluto, potenze, esponenziali e logaritmi, funzioni trigonometriche dirette e inverse.<br/> Proprietà limiti, calcolo di limiti.<br/> Teorema dei carabinieri, teorema del limite del prodotto di una successione limitata per una infinitesima.<br/> Funzioni continue.<br/> Teorema dell'esistenza degli zeri metodo di bisezione. Teorema di Weierstrass.<br/> Derivate, operazioni con le derivate.<br/> Funzioni crescenti, decrescenti, punti di estremo locale, funzioni concave e convesse<br/> Grafico di una funzione.<br/> Polinomi di Taylor. La formula di Taylor nella risoluzione dei limiti.<br/> Funzioni di più variabili: limiti, continuità.<br/> Derivate parziali, gradiente, teorema di Schwarz.<br/> Massimi e minimi relativi, Hessiano.<br/> Differenziabilità.</p> <p>I vettori geometrici. Somma di due vettori e sue proprietà; prodotto di un vettore per uno scalare e sue proprietà. Combinazioni lineari, lineare dipendenza e indipendenza. Parallelismo e complanarità di vettori e loro caratterizzazioni.<br/> Teorema: "Dati tre vettori geometrici linearmente indipendenti, ogni vettore si scrive in modo unico come loro combinazione lineare". Prodotto scalare, vettoriale e misto. Espressioni dei vari prodotti rispetto a basi ortonormali.</p> <p>Spazi vettoriali: definizioni, proprietà, esempi.</p> <p>Sistemi lineari. Il metodo di eliminazione di Gauss. Compatibilità di un sistema e sua caratterizzazione. Teorema di Rouché-Capelli.</p> <p>Prodotto di matrici e sue proprietà.</p> <p>Caratterizzazione delle matrici invertibili e calcolo dell'inversa.</p> | <p><b>Course Contents (detailed programme):</b></p> <p>Recapitulation on equations and inequalities.<br/> Numbers: natural, integers, rational. Real numbers, properties. Axiom of completion.<br/> Elementary functions: linear functions, absolute value, power, exponential, logarithm, trigonometric functions and their inverse.<br/> Properties and computation of limits.<br/> Comparison theorem, sign persistence, product of limited by infinitesimal function. Continuous functions. Theorem of zeroes, bisection method. Weierstrass Theorem. Derivatives, computation of derivatives. Increasing and decreasing functions. Extremal points. Convexity and concavity. Graph of a function. Taylor polynomial. Taylor formula in the computation of limits. Functions of several variables: limits, continuity. Partial derivatives, gradient, Schwarz Theorem. Local maxima and minima, Hessian. Differentiability.</p> <p>Geometric vectors. Vector addition and scalar multiplication and characteristic properties. Linear combinations, linear dependence and independence. Parallel and coplanar vectors and equivalent conditions. Theorem "Given tree linearly independent geometric vectors, any given vector is uniquely expressed as a linear combination of those". Dot, cross and scalar triple product and characteristic properties. Product computation with respect to orthonormal basis.</p> <p>Vector spaces: definitions, properties, examples.</p> <p>Linear systems. Gaussian Elimination. Consistent systems and characteristic properties. Rouché-Capelli Theorem.</p> <p>Matrix multiplication and characteristic properties.</p> |

|   |  |
|---|--|
| <p>L'algoritmo di Gauss per selezionare una base da un sistema di generatori.</p> <p>Sottospazi e sottovarietà affini.</p> <p>Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà. Il determinante di una matrice non singolare. Teorema di Cramer.</p> <p>Trasformazioni lineari. Trasformazioni lineari iniettive, suriettive e biiettive. La trasformazione lineare associata a una matrice. Nucleo, immagine e il teorema "nullità più rango".</p> <p>Geometria affine: riferimenti cartesiani sulla retta, nel piano e nello spazio. Equazioni parametriche e cartesiane di rette e piani; condizioni di incidenza e parallelismo.</p> <p>Elementi di geometria euclidea: distanze e condizioni di ortogonalità.</p> <p>Autovalori e autovettori di una matrice quadrata. Ricerca analitica di autovalori. Il caso reale e il caso complesso. Il problema della diagonalizzazione; il caso di matrici con autovalori distinti. Il caso generale: molteplicità algebrica e geometrica.</p> | <p>Invertible matrices and equivalent properties; a method of matrix inversion.</p> <p>How to select a basis from a set of generator with Gaussian Elimination.</p> <p>Linear and affine subspaces.</p> <p>Determinant of a square matrix and characteristic properties. The determinant of a non-singular matrix. Cramer Theorem.</p> <p>Linear maps. Injective, surjective, bijective linear maps. The linear map defined by a matrix. Kernel, image and the rank-nullity theorem.</p> <p>Affine Geometry: Cartesian coordinate systems for a line, a plane and a three-dimensional space. Parametric and Cartesian equations of the line and planes; conditions for line-line and line-plane intersection or parallelism.</p> <p>Elements of Euclidean Geometry: distance formulas and condition of orthogonality.</p> <p>Eigenvalues and eigenvectors of a square matrix. Analytic determination of eigenvalues. The real and the complex case. Diagonalization of a matrix; the case of matrices with distinct eigenvalues. The general case: algebraic and geometric multiplicities.</p> |
|---|--|

|  |                          |
|--|--------------------------|
| <b>RECOMMENDED READING</b>   |                          |
| <p><b>Libri di testo:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Marcellini Sbordone: Elementi di Analisi Matematica uno, Liguori</li> <li>▪ Abeasis: Elementi di Algebra lineare e geometria, Zanichelli</li> <li>▪ Abate, De Fabritiis: Geometria analitica con</li> </ul> | <p><b>Textbooks:</b></p> |

|  |  |
|--|--|
| elementi di algebra lineare, McGraw-Hill Companies<br>▪ Abate, De Fabritiis: Esercizi di geometria, McGraw-Hill Companies<br>▪ Tiberio: Lezioni di algebra lineare, Edizioni CUSL Firenze. |  |
|--|--|

| <b>PREREQUISITI/REQUIREMENTS</b>  |  |
|---|--|
| Insegnamenti contenenti i prerequisiti (vincolanti e/o consigliati)<br>Nessuno.<br><br>Corsi vincolanti: Nessuno.<br>Corsi raccomandati: Nessuno. | Courses to be used as requirements (required and/or recommended)<br>None.<br>Courses required: None.<br>Courses recommended: None. |

|   |   |
|---|---|
| Frequenza delle lezioni ed esercitazioni:<br>Le lezioni sono in totale di 72 ore: 48 ore di analisi, 24 ore di geometria. Si svolgono per 9 ore alla settimana. | Frequency of lectures, practice and lab:<br>Total of lesson hours: 72. Analysis: 48 hours, geometry: 24 hours. Developed in 9 hours per week. |
| Strumenti a supporto della didattica<br>Nessuno.  | Teaching tools<br>None.   |

| <b>METODI DIDATTICI/TEACHING METHODS</b>   |   |
|--|---|
| <b>CFU: 9</b>  |   |
| Numero di ore totali del corso: <b>225 (= 9 x 25)</b>                                  | Total hours of the course (including the time spent in attending lectures, seminars, private study, examinations, etc...): <b>225</b> |
| Numero di ore per studio personale e altre attività formative di tipo individuale: 153 | <i>Hours reserved to private study and other individual formative activities: 153</i>   |
| Numero di ore relative alle attività in aula: 72                                       | <i>Contact hours for: Lectures (hours): 72</i>  |
| Numero di ore relative ad attività di laboratorio (lezioni in laboratorio): 0          | <i>Contact hours for: Laboratory (hours): 0</i>   |
| Numero di ore relative ad attività di esercitazioni (in laboratorio e in campo): 36    | <i>Contact hours for: Laboratory-field/practice (hours): 36</i>   |
| Numero di ore relative ad attività seminariali: 0                                      | Seminars (hours): 0   |
| Numero di ore relative ad attività di stage: 0   | Stages: 0   |
| Numero di ore per prove in itinere: 0  | Intermediate examinations: 0  |

| <b>MODALITA' DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO/ ASSESSMENT METHODS</b>   |  |
|---|--|
| Modalità: Prova scritta e prova orale per la parte di analisi. Prova scritta e prova orale per la parte di geometria. | Exam modality: written and oral examination for the part on analysis. Written and oral examination for the part of geometry. |

|   |   |
|---|---|
| <p><b>Programma sintetico (Diploma Supplement)*</b><br/> <b>*(max 5 righe, 500 caratteri spazi inclusi)</b></p> <p>- 6 CFU (docente: Emanuele Paolini): Numeri reali. Funzioni di una variabile reale. Limiti. Derivate. Polinomi di Taylor. Funzioni di più variabili reali. Derivate parziali.</p> <p>- 3 CFU (docente: Lilia Rosati): Il metodo di eliminazione di Gauss. Spazi vettoriali. Matrici e determinanti. Trasformazioni lineari. Geometria analitica del piano e dello spazio. Il problema della diagonalizzazione.</p> | <p><b>Programme (short version for Diploma Supplement):</b></p> <p>- 6 CFU (teacher: Emanuele Paolini): Real numbers. Function of one variable. Limits. Derivatives. Taylor polynomial. Functions of several variables. Partial derivatives.</p> <p>- 3 CFU (teacher Lilia Rosati): Gaussian Elimination. Vector spaces. Matrices and determinants. Linear maps. Analytic Geometry of Space. Diagonalization of a matrix.</p> |
|---|---|

|  |   |
|--|---|
| <p><b>Orario di ricevimento</b></p> <p>Paolini: martedì ore 14:30 (Firenze), mercoledì e giovedì ore 11:30 (Vinci).<br/> Rosati: mercoledì ore 16,00 (Firenze), martedì ore 16,30 (Vinci).</p> | <p><b>Office hours</b></p> <p>Paolini: tuesday 14:30 (Florence), wednesday 11:30 (Vinci).<br/> Rosati: wednesday 16,00 (Florence), tuesday 16,30 (Vinci).</p> |
|--|---|